

Тема: «Правила вычисления производной»

$f(x)$	$f'(x)$
$C - \text{const}$	0
x	1
$Kx + b$	k
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
e^x	e^x
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\ln a$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$\text{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\text{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Правила вычисления производных

1. $(U + Y)' = U' + Y'$	3. $(U \cdot Y)' = U' \cdot Y + U \cdot Y'$
2. $(k \cdot U)' = k \cdot (U)'$	4. $\left[\frac{U}{Y} \right]' = \left[\frac{U' \cdot Y - U \cdot Y'}{Y^2} \right]$

Применяем правило 3:

Найти производную функции $f(x) \cdot g(x)$, если $f(x) = 3x^2 - 5$, $g(x) = 2x + 7$.

► По формуле (3) находим

$$\begin{aligned}
 (f(x) \cdot g(x))' &= \\
 &= (3x^2 - 5)' (2x + 7) + (3x^2 - 5) (2x + 7)' = \\
 &= 6x (2x + 7) + (3x^2 - 5) \cdot 2 = 18x^2 + 42x - 10. \triangleleft
 \end{aligned}$$

Применяем правило 4:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}.$$

Найти производную функции $F(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$.

► Обозначим $x^3 = f(x)$, $x^2 + 1 = g(x)$. По формуле (4) находим $F'(x) = \frac{(x^3)'(x^2+1) - x^3(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} =$
 $= \frac{3x^2(x^2+1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^4 + 3x^2}{(x^2+1)^2}$. ◀

Найти производные функций по образцу

209. — а) $f(x) = x^3(4 + 2x - x^2)$;

в) $f(x) = x^2(3x + x^3)$;

210. — а) $y = \frac{1+2x}{3-5x}$; б) $y = \frac{x^2}{2x-1}$;